第16講　最大と最小

16

［A］ $f(\theta)=3\sin\theta+\sin 3\theta$ とする.

$0\leqq\theta\leqq\pi$ における $f(\theta)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ.

［B］ $f(x)=\sqrt{x^2+1}-\dfrac{1}{2}x$ とする.

$0\leqq x\leqq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第16講　最大と最小

16　$f(x)=x^2-4\log(x^2+2x+2)$ とするとき，$f(x)$ の最小値を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 16 講　最大と最小

16

［A］ $f(\theta)=3\sin\theta+\sin 3\theta$ とする．

$0\leqq\theta\leqq\pi$ における $f(\theta)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ．

［B］ $f(x)=\sqrt{x^2+1}-\dfrac{1}{2}x$ とする．

$0\leqq x\leqq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めよ．

【答】 ［A］最大値は $2\sqrt{2}$，最小値は 0　［B］最大値は $\sqrt{5}-1$，最小値は $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解説】 ［A］ $f(\theta)=3\sin\theta+\sin 3\theta$ より

$$\frac{d}{d\theta}f(\theta)=3\cos\theta+3\cos 3\theta$$
$$=3\cos\theta+3(4\cos^3\theta-3\cos\theta)$$
$$=12\cos\theta\left(\cos\theta-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\cos\theta+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

であるので，$0\leqq\theta\leqq\pi$ における $f(\theta)$ の増減は

θ	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	$\frac{3}{4}\pi$	$\cdots$	π
$f'(\theta)$		＋	0	－	0	＋	0	－	
$f(\theta)$		↗		↘		↗		↘	

となる．

ここで $f(\theta)$ の**最大値は**

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=f\left(\frac{3}{4}\pi\right)=3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{2\sqrt{2}}$$

また $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$，$f(0)=f(\pi)=0$ より **最小値は** $f(0)=f(\pi)=\mathbf{0}$

［B］ $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2x-\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{3x^2-1}{2\sqrt{x^2+1}\,(2x+\sqrt{x^2+1})}$ より，

$0\leqq x\leqq 2$ における $f(x)$ の増減は

x	0	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\cdots$	2
$f'(x)$		－	0	＋	
$f(x)$	1	↘	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	↗	$\sqrt{5}-1$

となる．

ここで $(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2>0$ より $f(x)$ の**最大値は** $f(2)=\mathbf{\sqrt{5}-1}$，**最小値は**

$f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 16 講　最大と最小

16	$f(x)=x^2-4\log(x^2+2x+2)$ とするとき，$f(x)$ の最小値を求めよ．

【答】 $2-4\log(4+2\sqrt{2})\quad(x=\sqrt{2})$

【解 説】 $f'(x)=2x-4\cdot\dfrac{1}{x^2+2x+2}\cdot(x^2+2x+2)'=2x-\dfrac{8(x+1)}{x^2+2x+2}=\dfrac{2(x+2)(x^2-2)}{x^2+2x+2}$

なので $f(x)$ の増減は

x	$-\infty$	$\cdots$	-2	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$	∞
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$4-4\log 2$	↗		↘	$2-4\log(4+2\sqrt{2})$	↗	

となる．

ここで $(4-4\log 2)-\{2-4\log(4+2\sqrt{2})\}=2+4\log(2+\sqrt{2})>0$ より 最小値は

$f(\sqrt{2})=\mathbf{2-4\log(4+2\sqrt{2})}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。